二次相転移の理論に対するpossible conjecture

伊豆山　健　夫

T_Cを相転移の温度として、$\tau \equiv (T-T_C)/T_C$とする。以下$|\tau| \ll 1$を考える。

二次相転移の一般論が作られるとすれば、それは次の様なものでなければならない。

(1) その理論から計算されたC_pが$\ell n\ \tau$なるsingularityを示す。

(2) long range order ηの値（dimension lessとする）が$\tau < 0$でτ^{α}に比例する。（Landau理論と異なり$\alpha \neq 1/2$）

(3) 体系との相互作用エネルギーが$-\eta H$で与えられる様な外場Hによつて誘起されるηの値η_Hが$\tau^{-\beta}H$に比例する。（Landau理論と異り$\beta \neq 1$）。

(4) C_pの対数発散は、外場Hの存在するときは（厳密な意味では）消失する。

以上の点から考えてFree Energy $F(T, P, \eta)$が$\tau = 0$の近傍で

$$F(T, P, \eta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \eta^{2n} \tag{1}$$

の様に展開出来ると考えるのは無理である。若し強引に上の展開をやれば、すべてのA_nが$\tau \to 0$では発散し、その発散の度合いはnが大になるにつれ、強くなる筈である。（この命題を否定すれば、対数発散は$A_0 \propto \tau^2 \ell n\ \tau^2$と仮定する事によつてのみ得られる事になるが、これは条件(4)に違反する。また展開(1)を認める以上、Free Energyの自由度をひろげて　$\eta_q = \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \eta(\mathbf{r}) d^3r$まで考えると、$|\eta_q|^2$についても、ベキ展開出来ると考えざるを得なくなり、その結果$\langle \eta_q \eta_{-q} \rangle$が、Ornstein-Zernike型，乃至せいぜいそのq^2部分を少々ヤツカイなqの函数（τによらぬ）におきかえた型で与えられ、Fisherの推測している型とは異つたものになつてしまう。）

さて、上記4つの条件の他に、次の条件が課せられるべきであろう。それは

(5) $\tau > 0$でも< 0でも通用する“単一の”Free Energyのfamily（τ，P，ηの函数として解析的な）が存在する。

さて、Heisenberg Model では、Padé 近似の計算から、$\alpha \cong 1/3$，$\beta \cong 4/3$ と云われているが、実際にこれらの条件を充たすFree Energy を作る事ができる。例えば

$$F = A\tau^2 \ell n(\tau^{4/3} + a\tau^{\nu}\eta^2 + b\eta^4 + O(\eta^6)) \tag{2}$$

ここで、A，a，b，はτによらないで全部正。また、ν は有理数 n/m で $2/3$ に極めて近く、n はodd でm もodd。例えば

$$\nu = (2\times qqq+1)/3\times qqq$$

であれば、(1)～(5)の条件は総て充されている。

何れにしてもFree Energy の型が(2)の様に対数函数の様なsingular な函数によつて表わされるべきである事を強調したい。

稀薄磁性体について

桂　重俊・辻山　文治郎

今結晶格子を考え、格子の各点にはIsing spin ($\mu_i = 1, -1$) 又は、非磁気原子 ($\mu_i = 0$) が存在するものとする。全エネルギーは近接スピン間の相互作用エネルギーのみの和で表わされるとすると

$$E = -\frac{J}{2}\sum_{\langle ij \rangle}\mu_i\mu_j - m\mathcal{H}\sum_i \mu_i$$

であらわされる。これより母函数

$$Z = \sum e^{K\Sigma\mu_i\mu_j + C\Sigma\mu_i + D\Sigma\mu_i^2}$$

を作るとスピンの濃度pは $p = \partial \log Z/\partial D$ で表わされる。一次元の場合にこの